

וקטורים

מישור דרך קצות הווקטורים $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$: $\vec{c} = t\vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + r(\vec{c} - \vec{a})$
 מכפלה סקלרית: $(\vec{x}, \vec{y}) = \vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos \alpha$

ניצבות: $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$
 אורך של וקטור: $|\vec{x}| = \sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מרחק בין $z = (z_1, z_2, z_3)$ למישור $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$: $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{z} + c|}{|\vec{a}|}$

זווית בין הישר $\vec{b} + d$ למישור $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$: $\sin \beta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

זווית בין המישורים $\vec{a} \cdot \vec{x} + c = 0$, $\vec{b} \cdot \vec{x} + d = 0$: $\cos \alpha = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

חוקות ולוגריתמים: $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$, ${}^a \log_a x = \log_a(a^x) = x$

טריגונומטריה

זוויות

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$

$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$

משפט הקוסינוס: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$, שטח נגרה: $\frac{1}{2} r^2 \alpha$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$

$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$

$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

משפט הסינוס: $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$, אורך קשת של α רדיאנים: $r \alpha$

הנדסת המרחב

נפח חרוט ופירמידה (B - שטח הבסיס): $V = \frac{B \cdot h}{3}$, נפח כדור: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

שטח מעטפת חרוט: $M = \pi R l$, שטח פנים של כדור: $P = 4\pi R^2$

אנליזה (השבון דיפרנציאלי ואינטגרלי)

נגזרות

$(uv)' = u'v + uv'$, $(x^n)' = nx^{n-1}$, $\sin' x = \cos x$, $\arcsin' x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - v'u}{v^2}$, $(a^x)' = a^x \ln a$, $\cos' x = -\sin x$, $\arccos' x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\log_a' x = \frac{1}{x \ln a}$, $\operatorname{tg}' x = \frac{1}{\cos^2 x}$, $\operatorname{arc} \operatorname{tg}' x = \frac{1}{1+x^2}$

כלל השרשרת: $f'(x) = v'(u) \cdot u'(x)$

ניסחאון מתמטיקה

5-4 יחידות לימוד (החל מקיץ תש"ף)

אלגברה

פירוק לגורמים

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$

בינום ניוטון

$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} \cdot b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k + \dots + b^n$

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

ניסחאות וייטה

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$(x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, שורשי משוואה ריבועית.

סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_n = a_1 q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	האיבר ה-n י'
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$	הסכום:

מספרים מרוכבים

$z = a + bi = r(\cos \theta + i \sin \theta)$

מכפלה בחצנה קוטבית:

$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$

משפט דה-מובר:

$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$

שורשי המשוואה $z^n = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ הם: $z_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right]$

$k = 0, 1, \dots, n-1$

קומבינטוריקה

מספר התמורות של n עצמים (בלי חזרות):

$P_n = n!$

מספר התמורות של n עצמים כשמתוכם יש n_1, n_2, \dots, n_k עצמים שווים ביניהם:

$P_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$

מספר החליפות של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

מספר הצירופים של k מתוך n עצמים (בלי חזרות):

$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

אינטגרלים

$$\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$$

כלל הטורפו:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} [f(a) + 2f(x_1) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(b)]$$

פונקציות

פונקציה איזונית: $f(-x) = -f(x)$ פונקציה איזונית: $f(x) = f(-x)$

פונקציה זוגית:

נקודת פיתול: נקודת מעבר בין קמירות לקעירות נקודת קמורה: \cup

סטטיסטיקה וחסברות

סטיית תקן:

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 f_n}{N}}$$

f_1, f_2, \dots, f_n השכיחויות של x_1, x_2, \dots, x_n

\bar{x} ממוצע התונים: $f_1 + f_2 + \dots + f_n = N$

נוסחת ברנולי: החסברות k הצלחות k נסיונות n בהתפלגות בינומית עם הסברות p :

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

לוח של התפלגות נורמלית (0,1) מצטברת

u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.500	504	508	512	516	520	524	528	532	536
0.1	0.540	544	548	552	556	560	564	568	571	575
0.2	0.579	583	587	591	595	599	603	606	610	614
0.3	0.618	622	625	629	633	637	641	644	648	652
0.4	0.655	659	663	666	670	674	677	681	684	688
0.5	0.692	695	699	702	705	709	712	716	719	722
0.6	0.726	729	732	736	739	742	745	749	752	755
0.7	0.758	761	764	767	770	773	776	779	782	787
0.8	0.788	791	794	797	800	802	805	809	811	813
0.9	0.816	819	821	824	826	829	832	834	837	839
1.0	0.841	844	846	848	851	853	855	858	860	862
1.1	0.864	866	869	871	873	875	877	879	881	883
1.2	0.885	887	889	891	893	894	896	898	900	902
1.3	0.903	905	907	908	910	911	913	915	916	918
1.4	0.919	921	922	924	925	926	928	929	931	932
1.5	0.933	935	936	937	938	939	941	942	943	944
1.6	0.945	946	947	948	949	950	951	952	953	954
1.7	0.955	956	957	958	959	959	960	961	962	963
1.8	0.964	965	966	967	968	969	970	971	972	973
1.9	0.971	972	973	974	975	976	977	978	979	980
2.0	0.977	978	979	980	981	982	983	984	985	986
2.1	0.982	983	984	985	986	987	988	989	990	991
2.2	0.986	987	988	989	990	991	992	993	994	995
2.3	0.989	990	991	992	993	994	995	996	997	998
2.4	0.991	992	993	994	995	996	997	998	999	1.000
2.5	0.993	994	995	996	997	998	999	1.000	1.000	1.000
2.6	0.995	996	997	998	999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2.7	0.996	997	998	999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2.8	0.997	998	999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2.9	0.998	999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3.0	0.998	999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

הנדסה אנליטית

קו ישר

משוואת ישר דרך (x_1, y_1) ששיפועו m : $y - y_1 = m(x - x_1)$

נוסחה לזווית α שבין הישרים $y = m_1x + n_1$, $y = m_2x + n_2$: $\tan \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$

ניצבות הישרים $y = m_1x + n_1$, $y = m_2x + n_2$: $m_1 \cdot m_2 = -1$

מרחק הנקודה (x_0, y_0) מהישר $Ax + By + C = 0$: $d = \pm \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

נקודה המחלקת את הקטע AB ביחס $k : l$: $\left(\frac{l x_1 + k x_2}{k + l}, \frac{l y_1 + k y_2}{k + l} \right) = (A(x_1, y_1) : B(x_2, y_2))$

מעגל

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ בנקודה (x_0, y_0) :

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

היפרבולה: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

תאסימטוטות:

מרחק המוקד מהראשית:

משיק להיפרבולה בנקודה (x_0, y_0) :

התנאי שחייש $y = mx + n$ ישיק להיפרבולה:

פרבולה: $y^2 = 2px$

משיק לפרבולה בנקודה (x_0, y_0) :

התנאי שחייש $y = mx + n$ ישיק לפרבולה:

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$

$$n^2 = m^2 a^2 - b^2$$

$$yy_0 = p(x + x_0)$$

$$n = \frac{p}{2m}$$